

Zadatak 4.4.7

Točke $A(-4, 0)$, $B(0, -2)$ i $C(x, -5)$ pripadaju jednom pravcu.

- 1) Odredi nepoznatu koordinatu točke C .
- 2) Odredi jednadžbu pravca koji je simetričan pravcu AC prema osi ordinata.
- 3) Kolika je površina trokuta što ga taj pravac zatvara s koordinatnim osima?

Rješenje zadatka Zadatak 4.4.7

Jednadžba pravca AB glasi:

$$y - 0 = \frac{-2 - 0}{0 + 4}(x + 4) \implies y = -\frac{1}{2}x - 2.$$

- 1) Uvrstimo koordinate točke C u dobivenu jednadžbu pravca i slijedi:

$$-5 = -\frac{1}{2} \cdot x - 2, \quad \frac{1}{2}x = 3, \quad x = 6 \implies C(6, -5);$$

- 2) Pravac simetričan pravcu AB prema osi ordinata prolazi točkama $A'(4, 0)$ i $B'(0, -2)$ pa je njegova jednadžba:

$$y - 0 = \frac{-2 - 0}{0 - 4}(x - 4), \quad y = \frac{1}{2}x - 2;$$

- 3) Pravac siječe koordinatne osi u točkama $(-4, 0)$ i $(0, -2)$, te je:

$$P = \frac{|-4| \cdot |-2|}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ kv. jed.}$$

Zadatak 4.4.9

Kako glasi jednadžba pravca AB ako je $A(2, 2)$, $B(-4, -1)$?

- 1) Odredi apscisu točke $C(x, -5)$ tako da ta točka pripada pravcu AB .
- 2) U kojim točkama pravac AB siječe koordinatne osi?
- 3) Kolika je udaljenost pravca AB od ishodišta?

Rješenje zadatka Zadatak 4.4.9

Jednadžba pravca AB glasi:

$$y - 2 = \frac{-1 - 2}{-4 - 2}(x - 2) \implies y = \frac{1}{2}x + 1.$$

- 1) Uvrstimo koordinate točke C u jednadžbu pravca i dobijemo:

$$-5 = \frac{1}{2}x + 1, \quad \frac{1}{2}x = -6, \quad x = -12 \implies C(-12, -5);$$

$$2) y = 0 \implies 0 = \frac{1}{2}x + 1, \quad x = -2 \implies M(-2, 0)$$

$$x = 0 \implies y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 1, \quad y = 1 \implies N(0, 1)$$

- 3) Udaljenost pravca od ishodišta izračunat ćemo tako da prvo nađemo površinu trokuta kojeg pravac zatvara s koordinatnim osima:

$$P = \frac{|-2| \cdot |1|}{2} = 1 \text{ kv. jed.}$$

Ta je površina jednaka $P = \frac{|MN| \cdot d}{2}$ odnosno,

$$d = \frac{2P}{|MN|} = \frac{2}{\sqrt{(0+2)^2 + (1-0)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Zadatak 4.4.10

Točkom $A(2, -3)$ prolazi pravac s nagibom $a = \frac{1}{2}$. U kojoj točki taj pravac presijeca os x ?

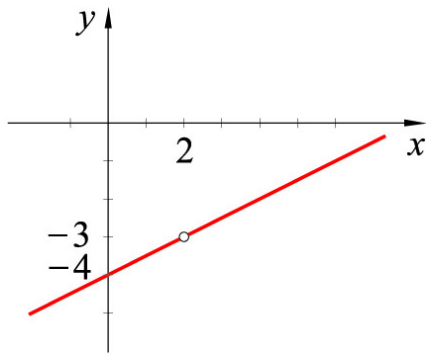
Zadatak riješi grafički.

Rješenje zadatka Zadatak 4.4.10

U jednadžbu pravca $y = ax + b$ uvrstimo koordinate točke A i vrijednost koeficijenta smjera a i dobijemo:

$$-3 = \frac{1}{2} \cdot 2 + b \implies b = -4.$$

Jednadžba pravca glasi $y = \frac{1}{2}x - 4$. Uvrstimo li u tu jednadžbu $x = 0$ dobit ćemo $y = -4$, $N(0, -4)$.

**Zadatak 4.4.11**

Točkom $A(-4, 0)$ prolazi pravac s nagibom $a = 2$. U kojoj točki taj pravac presijeca os y ? Zadatak riješi grafički.

Rješenje zadatka Zadatak 4.4.11

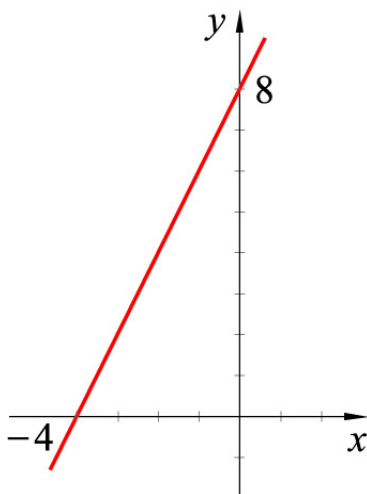
U jednadžbu pravca $y = ax + b$ uvrstimo koordinate točke A i vrijednost koeficijenta smjera a i dobijemo:

$$0 = 2 \cdot (-4) + b \implies b = 8.$$

Jednadžba pravca glasi

$$y = 2x + 8.$$

Uvrstimo li u tu jednadžbu $x = 0$ dobit ćemo $y = 8$, $N(0, 8)$.

**Zadatak 4.4.15**

Točkom $A(-1, 2)$ prolazi pravac s nagibom $a = -\frac{2}{3}$. Točke $E(x, 4)$, $F(2, y)$ pripadaju tom pravcu. Odredi njihove nepoznate koordinate.

Rješenje zadatka Zadatak 4.4.15

Prvo nađimo jednadžbu pravca:

$$y = ax + b \implies y = -\frac{2}{3}x + b.$$

U jednadžbu uvrstimo koordinate točke A :

$$2 = -\frac{2}{3} \cdot (-1) + b \implies b = \frac{4}{3}.$$

Jednadžba pravca glasi:

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}.$$

U tu jednadžbu uvrstimo ordinatu točke E i dobijemo:

$$4 = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}, \quad 12 = -2x + 4, \quad x = -4 \implies E(-4, 4).$$

Uvrstimo li u jednadžbu pravca apscisu točke F dobijemo:

$$y = -\frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{4}{3}, \quad y = 0 \implies F(2, 0).$$

Zadatak 4.5.6

Odredi linearnu funkciju $f(x) = ax + b$ ako je $f(1) + f(2) = 3$, $f(1) - f(2) = 5$.

Rješenje zadatka Zadatak 4.5.6

$$f(1) + f(2) = a \cdot 1 + b + a \cdot 2 + b = 3 \implies 3a + 2b = 3$$

$$f(1) - f(2) = a \cdot 1 + b - a \cdot 2 - b = 5 \implies a = -5, \quad -15 + 2b = 3$$

$$\implies b = 9, \quad a = -5$$

$$f(x) = -5x + 9.$$

Zadatak 4.5.15

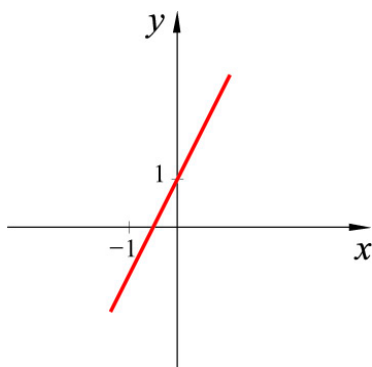
Zadana je funkcija $f(x) = 2x + 1$.

- 1) Nacrtaj graf ove funkcije.
- 2) Odredi njezinu nul-točku.
- 3) Za koje je vrijednosti x ispunjena nejednakost $f(x) \geq -1$?
- 4) Kolika je promjena vrijednosti funkcije kada vrijednost varijable x naraste od -1 na 2 ?
- 5) Uvjeri se da je $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 2$ za svaka dva različita realna broja x_1 i x_2 .

Rješenje svakog dijela zadatka potkrijepi slikom i opiši riječima.

Rješenje zadatka Zadatak 4.5.15

1)



$$2) 2x + 1 = 0 \implies x_0 = -\frac{1}{2}$$

$$3) f(x) \geq -1 \implies 2x + 1 \geq -1 \implies 2x \geq -2 \implies x \geq -1$$

$$4) f(2) - f(-1) = 5 - (-1) = 6.$$

Zadatak 4.5.17

Zadana je funkcija $f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$.

1) Nacrtaj graf ove funkcije.

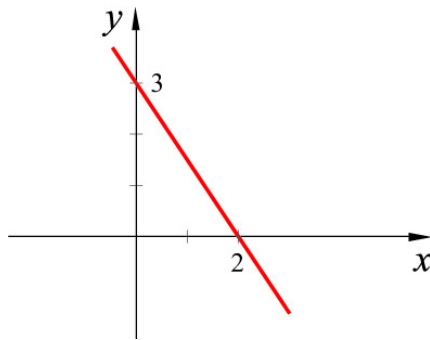
2) Odredi njezinu nul-točku.

3) Za koje je vrijednosti x ispunjena nejednakost $f(x) \leq 4$?

4) Kolika je promjena vrijednosti funkcije kada vrijednost varijable x naraste od -1 na 3 ?

Rješenje zadatka Zadatak 4.5.17

1)



$$2) -\frac{3}{2}x + 3 = 0 \implies x_0 = 2;$$

$$3) f(x) \leq 4 \implies -\frac{3}{2}x + 3 \leq 4 \implies -\frac{3}{2}x \leq 1$$

$$\implies x \geq -\frac{2}{3};$$

$$4) f(3) - f(-1) = -\frac{9}{2} + 3 - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{12}{2} = -6.$$

Zadatak 4.5.28

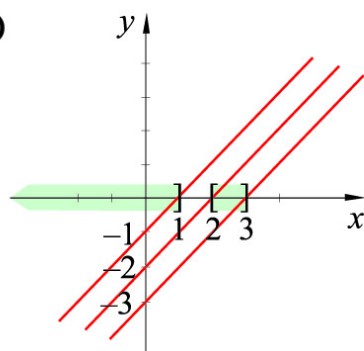
Koristeći se grafičkim prikazom linearnih funkcija $f(x) = x - 1$, $g(x) = x - 2$, $h(x) = x - 3$ riješi nejednadžbe:

$$1) (x - 1)(x - 2)(x - 3) \leq 0$$

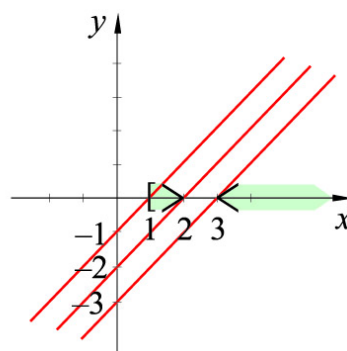
$$2) \frac{x - 1}{(x - 2)(x - 3)} \geq 0.$$

Rješenje zadatka Zadatak 4.5.28

1)



2)



1) $x \in \langle -\infty, 1 \rangle \cup [2, 3]$;

2) $x \in [1, 2) \cup \langle 3, +\infty \rangle$.

Zadatak 4.5.32

Serviser kućanskih aparata naplaćuje dolazak u kuću 50 kn, a svaki sat rada cijeni 75 kn.

Koliko će serviser naplatiti svoj rad koji je trajao: $\frac{1}{2}$ sata, 1 sat, 1.5 sati, 2 sata, 2.5 sata?

Zapiši funkciju koja opisuje cijenu servisera ovisno o vremenu koje je utrošio na popravak aparata.

Rješenje zadatka Zadatak 4.5.32

Cijenu servisera ovisno o vremenu utrošenom na popravak aparata možemo opisati jednadžbom $y = 75x + 50$, gdje je y ukupna cijena popravka, a x utrošeno vrijeme.

Za $x = 0.5$ sata cijena popravka iznosi $y = 75 \cdot 0.5 + 50 = 87.5$ kuna.

Za $x = 1$ sat cijena popravka iznosi $y = 125$ kuna.

Za $x = 1.5$ sati cijena popravka iznosi $y = 162.5$ kuna.

Za $x = 2$ sata cijena popravka iznosi $y = 200$ kuna.

Za $x = 2.5$ sata cijena popravka iznosi $y = 237.5$ kuna.

Zadatak 4.5.35

Na početku puta spremnik automobila bio je pun. U njemu je bilo 48 litara goriva. Nakon 640 prijeđenih kilometara pokazivač stanja goriva pokazivao je 16 litara.

Kolika je prosječna potrošnja goriva ovog automobila?

Opiši funkcijom potrošnju goriva.

Rješenje zadatka Zadatak 4.5.35

Za prijeđenih 640 kilometara utrošeno je $48 - 16 = 32$ litre goriva. U prosjeku to je $\frac{32}{640} = 0.05$ litara po kilometru. Nagib funkcije je 0.05, a ona glasi $y = 0.05x$ gdje je y utrošeno gorivo, a x prijeđeni put.